

КОРЕЛАЦИЯ МЕЖДУ МАСАТА НА ЦЕНТРАЛНОТО ТЯЛО И ОРБИТНАТА РЕГУЛЯРНОСТ В СЛЪНЧЕВАТА СИСТЕМА

Цветан Георгиев^{1,2}

¹Департамент по природни науки – Нов български университет

²Институт по астрономия – Българска академия на науките
e-mail: ysgeorgiev@nbu.bg

Ключови думи: Слънчева система: строеж; Слънчева система: Закон на Тициус-Бодe

Резюме: Определени са параметрите на главен и вторичен закон на Тициус-Бодe за спътниковите системи на Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун и Плутон, както и за слънчевите планети в два случая – при 4 регуларно планети (само тазовите гиганти) и при 8 регуларни планети. Намерена е статистически значима зависимост на коефициента на орбитална регуларност в закона на Тициус-Бодe от масата на централното тяло. Коефициентът за орбиталния размер варира от около 1.3 за спътниците на Плутон до около 1.7 за планетите на Слънцето.

CORRELATION BETWEEN THE CENTRAL BODY MASS AND THE ORBITAL REGULARITY SCALE IN THE SOLAR SYSTEM

Tsvetan Georgiev^{1,2}

¹Department of Natural Sciences – New Bulgarian University

²Institute of Astronomy and NAO – Bulgarian Academy of Sciences
e-mail: tsgeorgiev@nbu.bg

Keywords: Solar system: structure I -- Solar system: Titius-Bode Law.

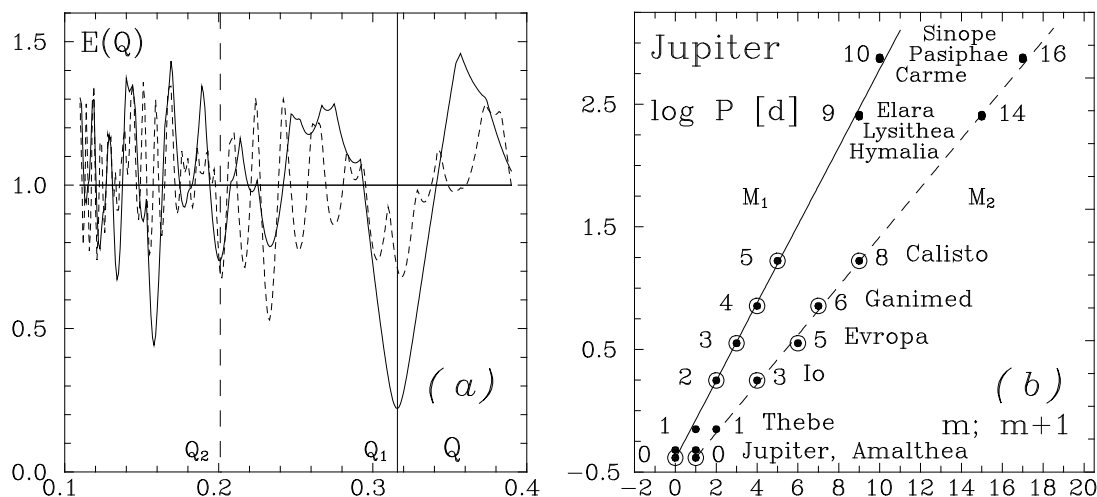
Abstract: The parameters of main and secondary Titius-Bode Laws for the satellite systems of Jupiter, Saturn, Uranus, Neptune and Pluto, as well as for the solar planets two cases – with 4 regular planets (gas giants only) and with 8 regular planets – are derived. Statistically significant dependence of the orbital regularity coefficient in the Titius-Bode Law on the mass of the central body is found. The coefficient for the orbital sizes varies from about 1.3 for the satellites of Pluto to about 1.7 for the solar planets.

1. Увод

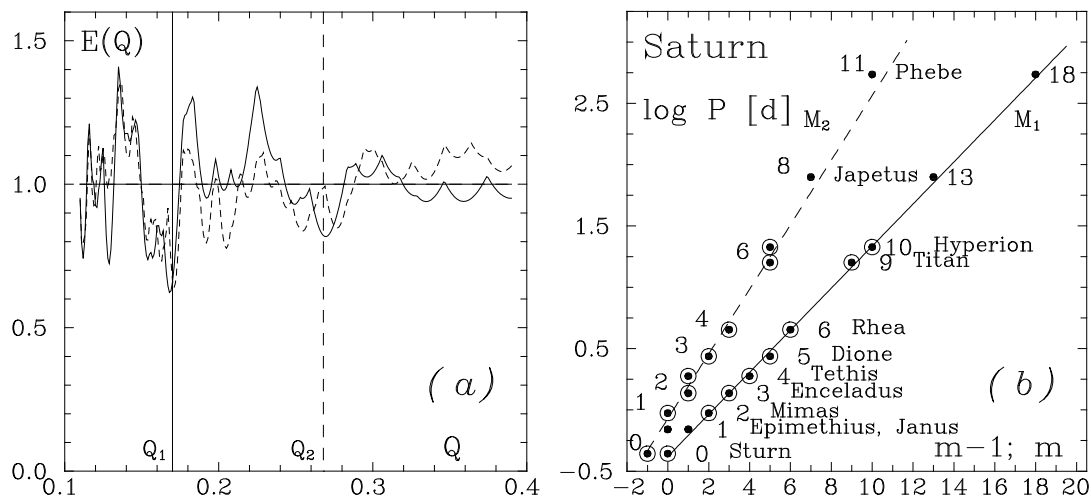
В Слънчевата система съществува приблизителна съизмеримост на големите полуоси A на орбитните системи, известна като Закон на Тициус-Бодe (ЗТВ). Днес тази зависимост се записва като геометрична прогресия $A_n = A_0 \times A_C^n$, или, в линеаризиран вид като аритметична прогресия $\log A_n = \log A_0 + \log A_C \times n$. Тук A_0 и A_C са константи, подлежащи на определяне, а n е номер на тяло. Обаче, голямата полуос на орбитата A и орбиталният период P са свързани чрез Третия закон на Кеплер: $A \sim P^{2/3}$ или $\Delta \log A = 2/3 \times \Delta \log P$, а периодите в спътниковите системи са първичните и точно определяеми параметри. Освен това, централното тяло може да бъде добавено със своя ротационен период, който, оказва се, подкрепя ЗТВ (Dermott, 1968).

Затова днес ЗТВ се изразява чрез орбиталните периоди P във формите $P_n = P_0 \times P^p$ или $\log P_n = \log P_0 + \log P_C \times n$. Тук $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ са предварително подбрани номера на телата, като номер 0 съответства на централното тяло, P_0 се въвежда като ротационен период на централното тяло, а P_C е подлежащият на определяне коефициент на приблизителна съизмеримост (по-нататък – коефициент на ЗТВ). На практика последната от горните форми на ЗТВ се има предвид като линейна зависимост от вида $Q_n = Q_0 + Q_C \times n$, където Q_C е стъпка на приблизителна съизмеримост в логаритмичен мащаб (по-нататък – стъпка на ЗТВ). Параметрите Q_0 и Q_C се определят регресионно във всеки конкретен случай.

Отдавна Стенли Дърмот (Dermott, 1968) е публикувал регресионно определените параметри на ЗТВ за системите на Юпитер, Сатурн, Уран и за осемте планети от Слънчевата система като втора от трите части на дисертацията си. С това темата „Закон на Тициус-Боден“ като че ли е била закрыта (Вижте още Graner & Dubrule, 1994). Обаче, в началото на XXI век ЗТВ започна да се използва за изследване на екзо-планетни системи, и, в частност – за предсказване орбитите на ненаблюдавани екзо-планети (Poveda & Lara, 2008; Bovaird & Lineweaver, 2014). Затова ЗТВ в Слънчевата система става отново интересен.



Фиг. 1. Юпитер с 4 регулярни спътници или Юпитер с 4+8 значими (сравнително големи) спътници. (а) Криви на грешките за 4те регулярни спътници (плътни криви) и за всичките 12 спътници. Позициите на главния и вторичен минимум, Q_1 и Q_2 (само за регулярните спътници) са маркирани с вертикални линии. (Дълбокият минимум при $Q = 0.17$ е хармоник на главния минимум при $Q = 0.34$ и тук не се взема предвид.) (б) Регресионни на ЗТВ, построени само по 4те регулярни спътници (кръгчета), съответни на главния минимум Q_1 и номерация M_1 – плътна права и на вторичния минимум Q_2 номерация M_2 – прекъсната права. Регресионните прави са продължени към далечните спътници, които очевидно подкрепят ЗТВ. За нагледност точките и правата на вторичния ЗТВ са отместен хоризонтално с +1.



Фиг. 2. Сатурн със 7 регулярни спътници или Сатурн със 7+4 значими спътници. Вижте фиг. 1. За нагледност вторичният ЗТВ е отместен хоризонтално с -1.

ЗТВ не е обяснен конвенционално до сега, но следва да се очаква зависимост на коефициента на ЗТВ от масата на централното тяло. Резултатите на Dermott (1968), където системите на Юпитер и Сатурн се оказват твърде различни, системата на Нептун не е разглеждана, а данни за системата на Плутон е нямало данни, наемкват за такава зависимост. В настоящата работа зависимостта е намерена. Числените данни са главно от обзора на Sheppard (2014).

Тук е въведено допълнително предположение, че в настоящата епоха се наблюдава някакво преходно състояние в продължаващата динамична еволюция на орбитите, за което е валидна някаква главна, добре изразена форма на ЗТВ. Същевременно може да се намира и използва и друга, по-слабо изразена форма на ЗТВ, интерпретирана като следа от миналото или като намек за бъдещето на системата. В тази работа са намерени и използвани ЗГВ за системите на Нептун и Плутон.

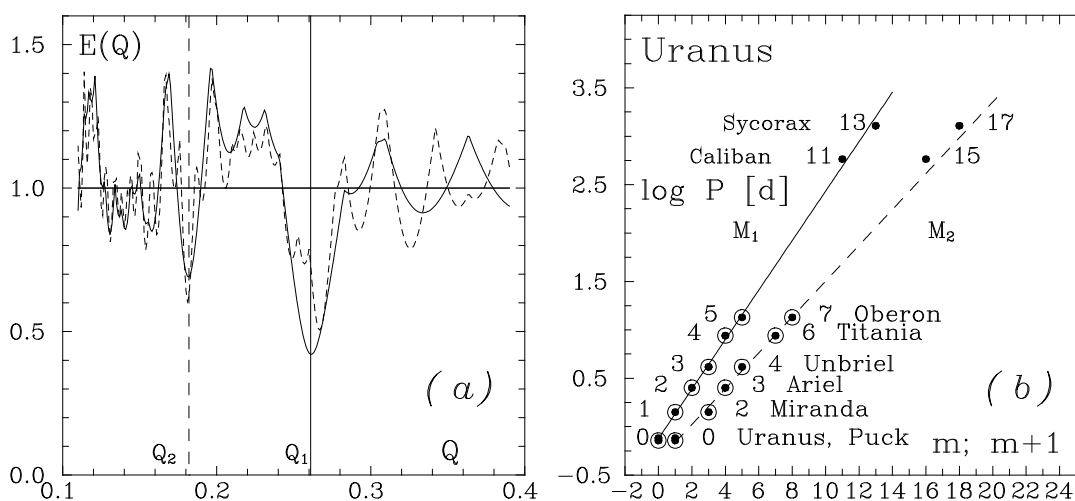
Традиционно регресията на ЗТВ се определя след въвеждане на предварителна номерация на телата. Тук предварително се присвоява само номер 0 на централното тяло, който остава неизменен. Другите тела се подреждат след нулевото по нарастващи периоди. По нататък се проверяват множество номерации на другите тела, като накрая другите тела получават подходящи номера на орбити, с възможни дупки в номерацията. За целта параметърът Q сканира подходящ интервал от възможни стойности на Q_C с малка стъпка, като за всяка фиксирана стойност на Q се определя целочислен номер на вся тяло $n = (\text{int})(Q_n - Q_0)/Q$. След това се построява регресионната линия на ЗТВ, съответна на номерацията и се изчислява съответното средно-квадратично отклонение $E(Q)$. Последното се разглежда като точка от „крива на грешката“. Позициите на главния и вторичния минимуми Q_1 и Q_2 на $E(Q)$ дават главната и вторичната номерация и съответните два ЗТВ, показани във всеки от случаите по-долу. Регресионно уточнените стойности Q_1 и Q_2 се използват накрая за изявяване на търсената зависимост от масата. Повече подробности има в статията на Georgiev (2016).

2. Стъпки Q_1 и Q_2 на Закона на Тициус-Боден за 7 случая в Слънчевата система

Фигури 1 (а) – 7 (а) показват кривите на грешките $E(Q)$ с позициите на техните уточнени главни и вторични минимуми Q_1 и Q_2 . Фигури 1 (b) – 7 (b) показват съответните главни и вторични ЗТВ, представени регресионно. Уточнените коефициенти на наклони на регресиите Q_1 и Q_2 са стъпките на оптимални приблизително екви-дистантни орбитални периоди в логарит-мичен мащаб. Те могат да се преобразуват в стъпки приблизително екви-дистантни големи полуоси на орбити чрез Третия закон на Кеплер..

Системата на Юпитер с 4 големи регулярни (галилееви) спътници (фиг. 1) е най-простата сред разглежданите. Тя показва добре изразени минимуми на $E(Q)$ при $Q_1 = 0.31$ и $Q_2 = 0.20$. Периодите на тези спътници са релаксирани в отношение $1:2:4:\approx 8$ с очаквано $Q_C = \log 2 = 0.301$. Обаче, две отдалечени тройки нерегулярни спътници, едната от които със само ретроградни спътници, заемат орбити с големи номера и подкрепят добре двата ЗТВ. Един от вътрешните спътници заема орбита № 1.

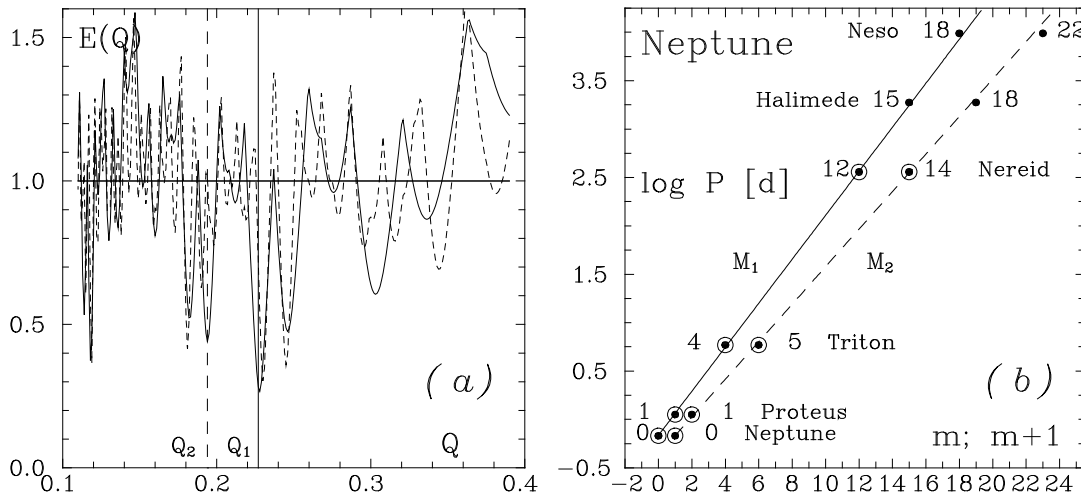
Системата на Сатурн със 7 регулярни спътници (фиг. 2) също изглежда проста и добре подредена. Обаче, главният минимум на $E(Q)$ съответства на твърде малка стъпка $Q_1 = 0.17$. Все пак, съществува намек на вторичен минимум при $Q_2 = 0.26$. Така системата на Сатурн започва да прилича на тези на Юпитер, но с разменени места на главния и вторичния минимум. Два достатъчно големи далечни спътници, единият от които ретрограден, подкрепят двата ЗТВ.



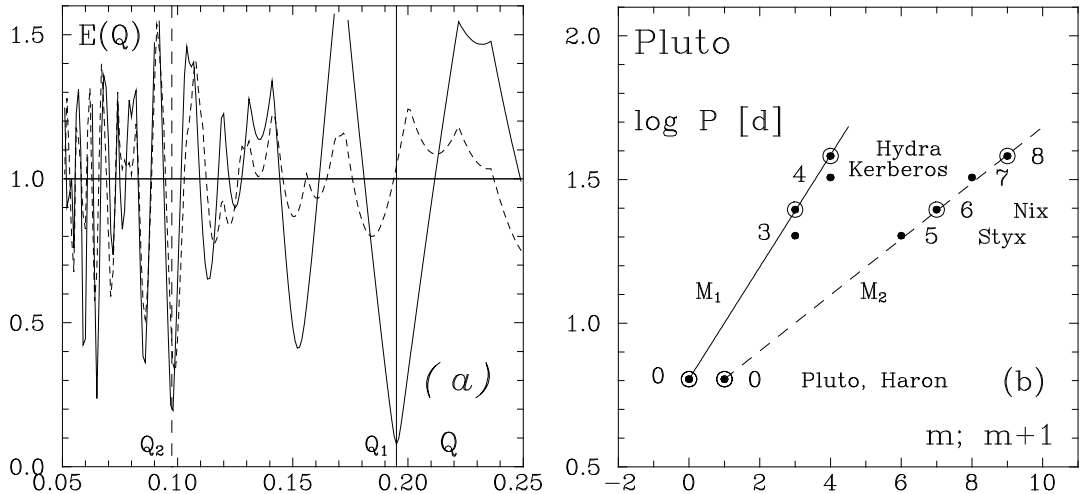
Фиг. 3. Уран с 5 регулярни спътници или Уран 5+3 значими спътници. Вижте фиг. 1. За нагледност вторичният ЗТВ е отместен хоризонтално с +1.

Системата на Уран с 5 регуларни спътници (фиг. 3) обикновено се дава като пример за перфектна илюстрация на ЗТВ. Тук се вижда, че както при системата на Юпитер, има добре изразени главен и вторичен минимума, но при по къси стъпи: $Q_1 = 0.23$ и $Q_2 = 0.19$. Двата отдалечени ретроградни спътници подкрепят ЗТВ.

Системата на Нептун, с 3 регуларни спътници (фиг. 4), се подвежда към ЗТВ за първи път тук. В предишните 3 системи значимите ретроградни спътници подкрепят ЗТВ. Затова тук, където регуларни спътници не достигат, е използван ретроградният Тритон. Далечните значими ретроградни спътници пак подкрепят ЗТВ. Минимумите съответстват на $Q_1 = 0.26$ и $Q_2 = 0.18$, т.е. от гледна точка на ЗТВ системите на Уран и Нептун са подобни помежду си.



Фиг. 4. Нептун с 3 регуларни спътници или Нептун с 3+2 значими спътници. Вижте фиг. 1. За нагледност вторичният ЗТВ е отместен хоризонтално с +1.



Фиг. 5. Плутон с 3 регуларни спътници или Плутон 3+2 (всички известни) спътници. Вижте фиг. 1. За нагледност вторичният ЗТВ е отместен хоризонтално с +1.

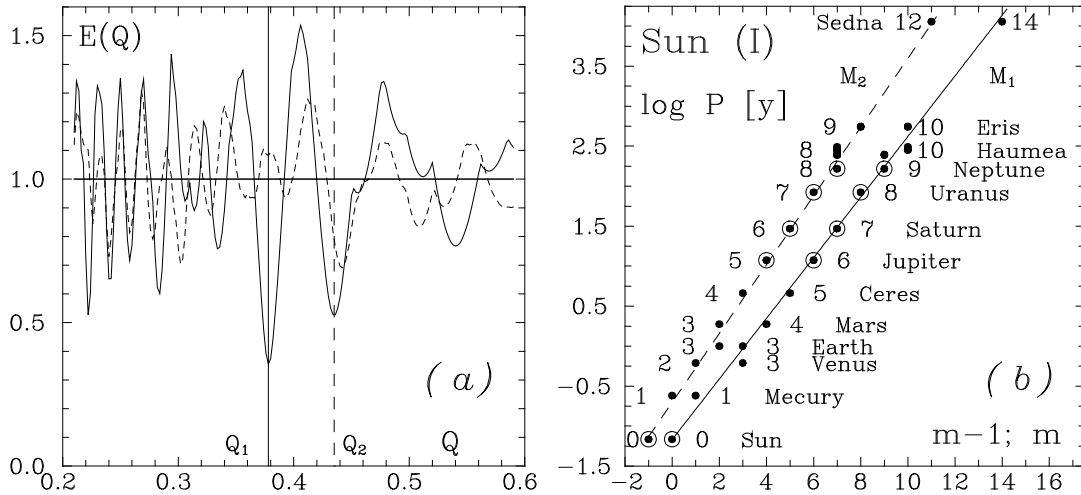
Системата на Плутона, има 3 регуларни спътници (фиг.5), като орбиталният период на най-големия спътник, Харон, съвпада с ротационния период на Плутона. Все пак, дълбоки минимума на $E(Q)$ се наблюдават при $Q_1=0.20$ и $Q_2=0.10$. Във втория случай всичките известни спътници се нареждат плътни по правата на ЗТВ.

Слънчевата система е по-сложна от разглежданите до тук спътникови системи. Значи, следвайки приложената до тук логика, може да се разгледат два случая – с 4 регуларни планети и с 8 регуларни планети.

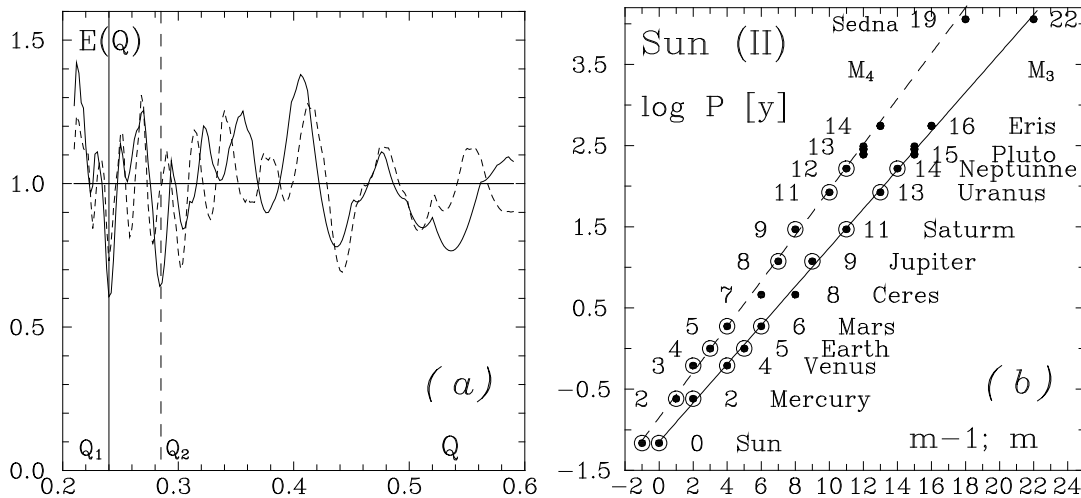
Слънчевата система с 4 регуларни планети (фиг. 6) показва $Q_1=0.38$ и $Q_2=0.43$. Тук, както при Юпитер, главният минимум на $E(Q)$ за 4те планети не се подкрепя от множеството на

4+8 планети (прекъсната крива). Освен това, в главния ЗТВ земята и Венера заемат орбита № 3, докато орбита №2 остава празна, а във вторичния ЗТВ Земята и Марс заемат орбита №3. Така се онагледява малко известният факт, че от гледна точка на ЗТВ орбитата на Земята изглежда неуместна в системата планетни орбити. (Вижте още Dermott, 1968; Neslusan, 2004.)

Слънчевата система с 8 регуларни планети (фиг. 7) показва други минимума – при $Q_3=0.24$ и $Q_4=0.28$. Тук минимумите за двете системи планети (8 и 8+4) съвпадат.



Фиг. 6. Слънцето с 4 регуларни планети (само газовите гиганти) или Слънцето с 4+8 значими планети (вкл. джуджета). Вижте фиг.1. За нагледност вторичният ЗТВ е отместен хоризонтално с -1.



Фиг. 7. Слънцето с 8 регуларни планети или Слънцето с 8+4 значими планети (вкл. джуджета). Вижте фиг. 1.) За нагледност вторичният ЗТВ е отместен хоризонтално с -1.

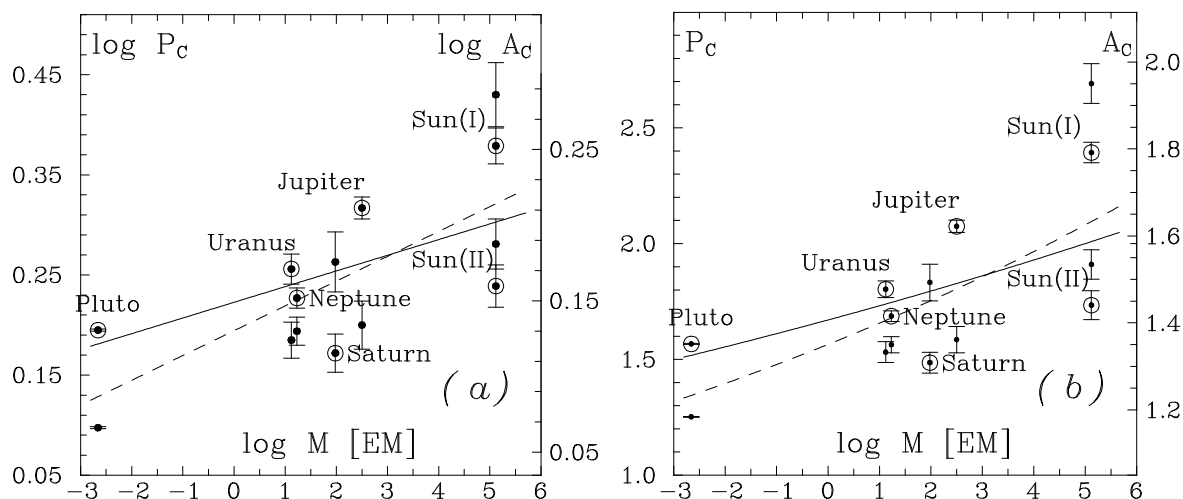
3. Корелация между масата на централното тяло и стъпката на регуларност

Фигура 8 представя корелацията в два варианта: в ляво – с параметър $Q = \log P_c$ или $\log A_c$, а в дясно - с параметър P_c или A_c . Според прекъснатата линия на регресия на фиг.8 (b) (за всички минимума на кривите на грешките) минималният коефициент на приблизителна приблизителна съизмеримост е $A_c \approx 1.3$ за системата на Плутона и $A_c \approx 1.7$ за планетите на Слънцето.

Коефициентите на наклон на регресионните линии на фиг. 8 (a) са 0.025 и 0.0216, а на фиг.8 (b) те са 0.105 и 0.069. По-ниските наклони, съответни на плътните прави, удовлетворяват 99 % критерий на значимост по Стюдънт за отличие от 0. По-високите наклони, съответни на прекъснатите прави, удовлетворяват по-висок критерий на значимост по Стюдънт за отличие от 0.

4. Заключение

В тази работа се предполага, че текущият статут на всяка орбитна система е резултат от продължаваща динамична еволюция, и, значи, наблюдаваният статут преходен. Следователно, може да се търси, намира и използва главна форма на ЗТВ и още поне една вторична форма – следа от минало или намек за бъдеще. В тази работа е използван обективен критерий за номериране на телата и са намерени 7 двойки конкретни реализации на ЗТВ – главен и вторичен. Показано е, че регресионните наклони на ЗТВ, т.е. параметрите е на приблизителна съизмеримост на периодите (или на големите полуоси на орбитите), както в логаритмична, така и в линейна, скала корелират значимо с масата на централното тяло.



Фиг. 8. Корелация между логаритъма на масата M на централното тяло, изразена в земни маси EM и параметърът на регулярност за периодите $Q = \log P_c$ (a) или P_c (b). Съответните параметри на регулярност на големите полуоси на орбитите $\log A_c$ или A_c са представени на десните ординати. Стойностите параметрите на регулярност за главните ЗТВ са представени с точки в кръгчета, а за вторичните ЗТВ – с точки. Слънчевата система е представена с две двойки параметри. Вертикалните отсечки на грешките съответстват на ширините на минимумите на половината на дълбочините им. Плътните регресионни криви се отнасят за главните минимума а прекъснатите – за главните и вторичните заедно.

Интересно е да се потърси такава корелация при екзо-планетните системи.

Литература:

1. Bovaïrd, T., Lineweaver C.H., "Exoplanet predictions based on the generalized Titius-Bode relation" 2013, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 435, 1126-1138.
2. Dermott, S. F., "On the origin of commensurabilities in the solar system-II. The orbital period relation" 1968, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 141, 363-376.
3. Georgiev, Ts. B., "Titius-Bode law in the Solar System" 2016, Bulgarian Astron. J., 24, 1-15. In print; <http://www.astro.bas.bg/AIJ/>
4. Graner, F.; Dubrulle, B., "Titius-Bode laws in the solar system. 1: Scale invariance explains everything" 1994, Astron. Astrophys. 282, 262-268.
5. Neslusan, L., "The significance of the Titius-Bode law and the peculiar location of the Earth's orbits" 2004, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 351, 133-136.
6. Poveda, A., Lara P., "The exo-planetary System of 55 Cancri and the Titius-Bode Law" 2008, Rev. Mex. Astron. Astrofys., 34, 49-52.
7. Sheppard, S S. 2014, Retrieved 2014-12-19. The Giant Planet Satellite and Moon Page. Department of Earth and Planetary Science at Carnegie Institution for science. <http://home.dtm.ciw.edu/users/sheppard/satellites/>